

Optimale Fahrzeugquerführung mittels linearer, zeitvarianter MPC

Benjamin Gutjahr und Moritz Werling*

Zusammenfassung: In der vorliegenden Arbeit wird ein Algorithmus zur Generierung optimaler Trajektorien für die Fahrzeugquerbewegung entlang einer Referenzkurve vorgestellt. Durch eine lineare, zeitvariante, modellprädiktive Problemformulierung entsteht in jedem Zeitschritt ein quadratisches Optimierungsproblem mit linearen Nebenbedingungen, das von Mikrocontrollern im Millisekundenbereich gelöst werden kann.

Aus der gewählten Kombination aus einer linearen Systemmodellierung und einem quadratischen Gütekriterium ergeben sich zwei entscheidende Vorteile. Erstens: Nebenbedingungen können in großer Anzahl einfach integriert werden, sodass sowohl Kollisionen mit statischen und dynamischen Hindernissen vermieden werden können als auch Aspekte natürlichen Fahrverhaltens Berücksichtigung finden. Zweitens: Das Lösen des Optimierungsproblems kann sehr effizient mittels Standard-QP-Solvern erfolgen, sodass eine hohe Neuplanungsfrequenz erzielt werden kann. Des Weiteren ist es durch die gewählte Problemformulierung möglich, Referenzkurven komfortabel zu folgen, die durch große Krümmungen und einen un stetigen Krümmungsverlauf charakterisiert sind. Diese Eigenschaften machen den vorgestellten Algorithmus für unterschiedliche Verkehrsszenarien vielseitig einsetzbar, was durch praktische Fahrversuche belegt wird.

Schlüsselwörter: automatisiertes Fahren, beschränkte Optimierung, Fahrerassistenzsysteme, LTV MPC, Trajektorienoptimierung

1 Einleitung und Motivation

In der Literatur finden sich viele unterschiedliche Ansätze zur Generierung von Trajektorien für automatisierte Fahrfunktionen. Unter bestimmten Vereinfachungen wurden für eine geringe Anzahl isolierter Verkehrsszenarien einfache Heuristiken in Kombination mit Pfadplanungsstrategien eingesetzt. Da diese regelbasierten Ansätze nur sehr schwierig in ein allgemeines Konzept zu integrieren sind [3], wurden alternative Methoden wie Potentialfelder in unterschiedlicher Ausprägung angewandt. Diese Methoden verwenden anstelle von Fahrzeugmodellen stark vereinfachte Ersatzmodelle, was die Berücksichtigung fahrphysikalischer Grenzen stark einschränkt [4]. Im Gegensatz dazu haben sich verschiedene Optimierungsmethoden zur Planung von Fahrmanövern als besonders vorteilhaft erwiesen, die sich, basierend auf der Art der Lösungsfindung, in drei Gruppen aufteilen lassen.

Erstens: Die *Dynamische Programmierung* eignet sich vor allem für die Lösung nicht-konvexer Optimierungsprobleme [7]. Wegen dem *Fluch der Dimensionalität* ist jedoch nur die Onlineberechnung von Systemen mit geringer Ordnung möglich, was eine aus Komfortgründen notwendige Planung eines stetig-differenzierbaren Lenkwinkelverlaufs in

*Die Autoren arbeiten für die BMW Group Forschung und Technik, Hanauer Str. 46, 80992 München (e-mail: benjamin.gutjahr@bmw.de, moritz.werling@bmw.de).

Echtzeit mit heutiger Rechenleistung ausschließt. Zweitens: Obwohl die *Indirekte Methode* nur zur Lösung lokaler Optimierungsprobleme geeignet ist, wurde diese unter bestimmten Voraussetzungen erfolgreich angewandt [8]. Wegen der nur schwer zu berücksichtigenden Nebenbedingungen konnte dabei lediglich eine suboptimale Lösung des Problems unter großem Rechenaufwand bestimmt werden. Drittens: Im Gegensatz dazu lassen sich bei der *Direkten Methode* Nebenbedingungen leicht integrieren [10]. Da bei nichtlinearen Systemen die Anwendung dieser Methode aufgrund der iterativen Lösungsfindung sehr rechenintensiv und das Konvergenzverhalten des Problems stark abhängig von einer bestimmten Startlösung ist, wird in der vorliegenden Arbeit eine linear-quadratische Problemformulierung im Sinne einer linearen, zeitvarianten, modellprädiktiven Regelung (LTV MPC) vorgeschlagen (siehe auch [1, 5]). Dadurch ist keine iterative Lösungsfindung notwendig, sodass die Lösung des beschränkten Optimierungsproblems sehr effizient bestimmt werden kann.

Basierend auf diesem Ansatz wird in Abschnitt 2 ein lineares Prädiktionsmodell eingeführt, welches die Fahrzeugbewegung für ein zukünftiges Geschwindigkeitsprofil entlang einer gegebenen Referenzkurve approximiert. Aufgrund der besonderen Formulierung der Systemdynamik ist es möglich, Referenzkurven zu folgen, deren Verlauf durch unstetige und große Krümmungen gekennzeichnet ist. Dies ermöglicht einen universellen Einsatz des Algorithmus für verschiedene Anwendungen. Um Kollisionen nicht nur mit statischen, sondern auch mit dynamischen Hindernissen zu vermeiden und zur Berücksichtigung fahrphysikalischer Beschränkungen werden im darauffolgenden Abschnitt 3 zeitvariante Nebenbedingungen definiert. Dem angeschlossen wird in Abschnitt 4 ein Gütekriterium formuliert, wodurch ein besonders natürliches Fahrverhalten erzeugt werden kann. Dadurch ergibt sich zusammen mit den Nebenbedingungen und dem Prädiktionsmodell ein linear-quadratisches Optimierungsproblem, welches in Abschnitt 5 zyklisch gelöst wird. Nach der Validierung der Algorithmik im Realversuch in Abschnitt 6 wird im abschließenden Abschnitt 7 eine kurze Zusammenfassung gegeben.

2 Lineare Fahrzeugdynamik

Der wesentliche Inhalt einer modellprädiktiven Regelungsstrategie ist die Optimierung des prädizierten Streckenverhaltens. Da dies unter Einbeziehung eines Prädiktionsmodells erfolgt, ist es ein unverzichtbares Element eines modellprädiktiven Reglers [6]. Zur universellen Planung von Trajektorien unabhängig von spezifischen Fahrzeugparametern, kommt in der vorliegenden Arbeit ein kinematisches Fahrzeugmodell als Prädiktionsmodell zum Einsatz, welches den Hinterachsmittelpunkt als Referenzpunkt und als Systemeingang u die erste Krümmungsableitung verwendet. Dabei wird die Fahrzeugdynamik relativ zu einer gegebenen Referenzkurve Γ beschrieben, sodass sich diese durch

$$\dot{d}_r = v(t) \sin(\theta - \theta_r) \quad (1a)$$

$$\dot{\theta} = v(t) \kappa \quad (1b)$$

$$\dot{\kappa} = u \quad (1c)$$

$$\dot{\theta}_r = \underbrace{v(t) \frac{\cos(\theta - \theta_r)}{1 - d\kappa_r}}_{v_r} \kappa_r \quad (1d)$$

$$\dot{\kappa}_r = z \quad (1e)$$

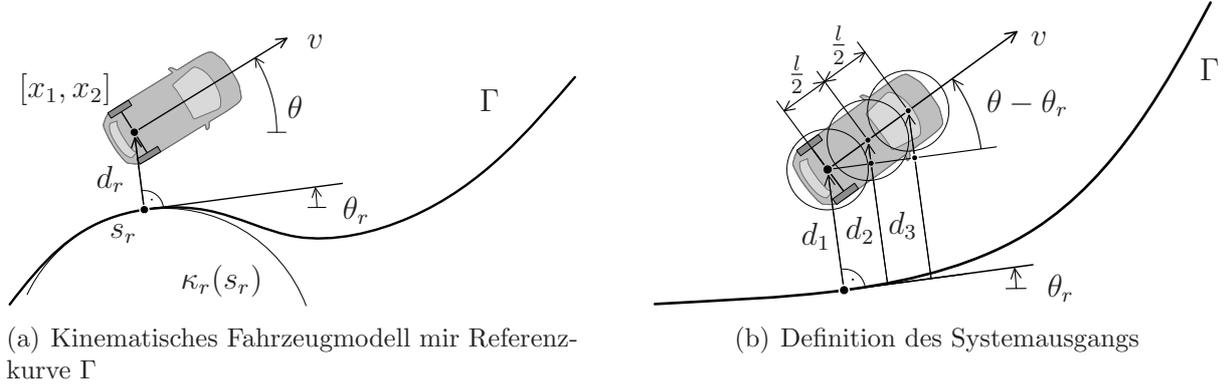


Abbildung 1: Darstellung der Definition des Fahrzeugmodells

darstellen lässt. Dabei definiert d_r den normalen Abstand zwischen Hinterachsmittelpunkt und Referenzkurve. Für die weiteren Systemzustände der Ausrichtung θ und Krümmung κ für das Fahrzeug sind die entsprechenden Größen der Referenzkurve Γ mit dem Index r gekennzeichnet und über die Bogenlänge s_r definiert. Die geometrischen Zusammenhänge der beschriebenen Größen sind in Abb. 1(a) grafisch dargestellt. Weiterhin bezeichnet v_r die auf die Referenzkurve projizierte Fahrzeuggeschwindigkeit $v(t)$, die als zeitvarianter Systemparameter angenommen wird und z eine gewünschte Störung, welche sich von der Referenzkurve Γ ableitet.

Bei genauer Betrachtung der nichtlinearen Systemgleichungen (1), wird deutlich, dass bei einer Fahrzeugbewegung nahe der Referenzkurve Γ die Ausrichtungsabweichung $\theta - \theta_r$ durch $\sin(\theta - \theta_r) \approx \theta - \theta_r$ und $\cos(\theta - \theta_r) \approx 1$ approximiert werden kann. Des Weiteren ergibt sich daraus, dass $v_r \approx v(t)$ gilt, da entweder $v(t)$ und d_r bei niedrigen Geschwindigkeiten oder κ_r und d_r bei hohen Geschwindigkeiten als ausreichend klein angenommen werden können. Demnach lässt sich, die in (1) beschriebene Fahrzeugdynamik, als lineares zeitvariantes Prädiktionsmodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}^T = [d_r, \theta, \kappa, \theta_r, \kappa_r]$ formulieren als

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_C(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_C(t)u(t) + \mathbf{E}_C(t)z(t), \quad \mathbf{x}(t_j) = \mathbf{x}_0 \quad (2)$$

mit

$$\mathbf{A}_C(t) = \begin{bmatrix} 0 & v(t) & 0 & -v(t) & 0 \\ 0 & 0 & v(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_C(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}_C(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

wobei $v(t)$ durch ein gegebenes zukünftiges Geschwindigkeitsprofil bestimmt ist.

2.1 Definition des Systemausgangs

Zur Vorbereitung einer effizienten Formulierung von Nebenbedingungen, werden nachfolgend verschiedene Systemausgänge definiert. Um eine schnelle Kollisionsprüfung entsprechend [9] zu ermöglichen, wird das Fahrzeug, wie in Abb. 1(b) dargestellt, durch drei Kreise approximiert. Die Position der Kreise im Bezug auf die Referenzkurve Γ ist durch

den Abstand $l_i, i = 1, 2, 3$ zwischen Kreismittelpunkt und Hinterachsmittelpunkt entlang der Fahrzeuglängsachse und dem Abstand d_r eindeutig bestimmt und kann für ausreichend kleine Ausrichtungsunterschiede angenähert werden, sodass

$$d_i = d_r + l_i \sin(\theta - \theta_r) \approx d + l_i(\theta - \theta_r), \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

gilt. Im speziellen Fall können die Positionen der Kreismittelpunkte zu $(l_1 = 0, l_2 = \frac{l}{2}, l_3 = l)$ gewählt werden, wobei l den Achsabstand des Fahrzeugs bezeichnet. Zusätzlich dazu wird der Systemzustand κ als Systemausgang definiert, sodass fahrphysikalische Restriktionen berücksichtigt werden können. Damit ergibt sich der gesamte Systemausgang zu

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \kappa \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2}l & 0 & -\frac{1}{2}l & 0 \\ 1 & l & 0 & -l & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_C} \begin{bmatrix} d_r \\ \theta \\ \kappa \\ \theta_r \\ \kappa_r \end{bmatrix}. \quad (4)$$

2.2 Zeit-diskretes Prädiktionsmodell

Um eine effiziente Berechnung des Optimierungsproblems zu ermöglichen, wird das kontinuierliche Prädiktionsmodell (2) in seine entsprechende zeit-diskrete Form überführt. Unter Annahme einer konstanten Systemmatrix $\mathbf{A}_C(t)$, einem konstanten Systemeingang $u(t)$ und einer konstanten Störung $z(t)$ für jedes Diskretisierungsintervall k , berechnet sich die Fundamentalmatrix des Systems mit Hilfe der Laplace-Transformation für eine Diskretisierungsschrittweite T_s zu $\phi_k(T_s) = e^{\mathbf{A}_C T_s} \circ \bullet [s\mathbf{I} - \mathbf{A}_C]^{-1}$. Dadurch ergeben sich für jedes Diskretisierungsintervall die folgenden zeitdiskreten Systemmatrizen

$$\mathbf{A}(k) = \phi_k(T_s), \quad \mathbf{B}(k) = \int_0^{T_s} \phi_k(\tau) \mathbf{B}_C \, d\tau. \quad (5)$$

Außerdem wird die Matrix $\mathbf{E}(k)$ äquivalent zu $\mathbf{B}(k)$ berechnet und es gilt $\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}_C$. Auf Basis dieser Matrizen ergibt sich somit das zeit-diskrete Prädiktionsmodell

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)u(k) + \mathbf{E}(k)z(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k), \quad \mathbf{x}(k=0) = \mathbf{x}(t_j) = \mathbf{x}_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Zur Minimierung des Diskretisierungsfehlers durch die Störung $z(k)$ und um selbige in jedem Diskretisierungsintervall als konstant anzunehmen zu können, wird zur Generierung der Störung auf Basis der Referenzkurve Γ der folgende Zusammenhang gewählt

$$z(k) = \frac{\kappa_r(k+1) - \kappa_r(k)}{T_s}. \quad (7)$$

3 Formulierung zeitvarianter Nebenbedingungen

Da die Trajektorienplanung für dynamische Verkehrsszenarien maßgeblich von anderen Verkehrsteilnehmern abhängig ist, wird basierend auf deren präzisierem Verhalten die

eigene, geplante Fahrzeugbewegung beschränkt. Dafür werden für die in Abschnitt 2 eingeführten Systemausgänge d_i , $i = 1, 2, 3$ zeitvariante Nebenbedingungen definiert. Dies geschieht durch die Formulierung einer oberen und unteren Begrenzung der Abstandswerte d_i , $i = 1, 2, 3$ von der Referenzkurve Γ unter Berücksichtigung der Fahrzeugumgebung für unterschiedliche zukünftige, diskrete Zeitpunkte k und Fahrzeugposition $s_r(k)$, sodass gilt

$$d_{i,\min}(s_r(k), k) \leq d_i(k) \leq d_{i,\max}(s_r(k), k), \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Zusätzlich zu diesen Beschränkungen zur Kollisionsvermeidung können weitere Nebenbedingungen definiert werden, welche die Querdynamik des Fahrzeugs begrenzen. Dazu wird in gleicher Weise eine untere und obere Begrenzung für den Systemausgang κ definiert. Diese Begrenzungen sind zum einen von dem zeitinvarianten maximalen Lenkeinschlag $\kappa_{\min/\max,\delta}$ und zum anderen von einem zeitvarianten Anteil $\kappa_{\min/\max,\mu}(k) = \kappa_{\min/\max}(v(k), \mu)$ abhängig, der sich für ein zukünftiges Geschwindigkeitsprofil $v(k)$ und einen gegebenen Reibungskoeffizienten μ unter Berücksichtigung des *Kammischen Kreies* bestimmen lässt. Die Kombination dieser Begrenzungen ergibt sich damit zu

$$\underbrace{\max(\kappa_{\min,\delta}, \kappa_{\min,\mu}(k))}_{\kappa_{\min}} \leq \kappa(k) \leq \min(\kappa_{\max,\delta}, \kappa_{\max,\mu}(k))_{\kappa_{\max}}. \quad (9)$$

Des Weiteren kann über die Beschränkung des Systemeingangs u der maximalen Lenkrate des Aktuators $u_{\min/\max}$ Rechnung getragen werden, wodurch gilt

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}. \quad (10)$$

4 Quadratisches Gütekriterium

Entsprechend der Grundidee einer MPC [6] wird das Optimierungsziel als Minimierung eines quadratischen Gütekriteriums $l(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$ formuliert. Da das menschliche Fahrverhalten maßgeblich durch einen Kompromiss zwischen dem Fahren in der Spurmitte und der Minimierung der Querbewegung und dem Querruck charakterisiert ist, wird basierend auf den Zuständen des Prädiktionsmodell (6) folgendes Gütekriterium vorgeschlagen

$$\begin{aligned} l(\mathbf{x}(k), u(k)) &= w_d d_r^2 + w_\theta [\theta - \theta_r]^2 + w_\kappa \kappa^2 + w_u u^2 \\ &= \mathbf{x}(k)^\top \mathbf{Q}(k) \mathbf{x}(k) + u(k) \mathbf{R}(k) u(k), \end{aligned} \quad (11)$$

wobei $w_d(k), w_\theta(k), w_\kappa(k), w_u(k) > 0$ zeitvariante Wichtungsfaktoren darstellen. Außerdem gilt $\mathbf{R}(k) = [w_u(k)]$ und

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{bmatrix} w_d(k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_\theta(k) & 0 & -w_\theta(k) & 0 \\ 0 & 0 & w_\kappa(k) & 0 & 0 \\ 0 & -w_\theta(k) & 0 & w_\theta(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Durch die quadratischen Kostenterme des lateralen Abstands d_r und des Ausrichtungsfehlers $\theta - \theta_r$ werden somit große Abweichungen von der Referenzkurve Γ bestraft. Gleichzeitig wirken sich große Krümmungen κ und Krümmungsänderungen u negativ auf die Gesamtkosten aus, sodass der beschriebene Kompromiss Berücksichtigung findet und durch das parametrisierbare Schneiden von Kurven zu einem gleichmäßigen und intuitiven Fahrverhalten führt.

5 Linear-quadratisches Optimierungsproblem

Basierend auf dem Prädiktionsmodell (6), den Nebenbedingungen in Abschnitt 3 und dem quadratischen Gütekriterium (11), wird in diesem Abschnitt ein linear-quadratisches Optimierungsproblem über einem Prädiktionshorizont von N mit $k = 0, \dots, N$ formuliert. Wie in [2] dargestellt, geschieht dies entsprechend des sogenannten *batch*-Ansatzes, was eine effiziente Lösung mit Hilfe von etablierten numerischen Lösungsverfahren sicherstellt. Durch das zyklische Lösen des Optimierungsproblems nach der Stellgröße u auf einem fortschreitenden Horizont, ergibt sich ein linear zeitvarianter modellprädiktiver Regelkreis.

Nach diesem Ansatz kann zu jedem Zeitpunkt t_j an dem das Optimierungsproblem gelöst wird, das zukünftige Systemverhalten durch Vektorsequenzen des zu optimierenden Systemeingangs u , einer gegebenen Störung z sowie dem Systemzustand x und Systemausgang y beschrieben werden, für die gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= [u_0, u_1, \dots, u_{N-1}]^T, & \mathbf{u} &\in \mathbb{R}^N, & \mathbf{x} &= [\mathbf{x}_1^T, \dots, \mathbf{x}_N^T]^T, & \mathbf{x} &\in \mathbb{R}^{nN}, \\ \mathbf{z} &= [z_0, z_1, \dots, z_{N-1}]^T, & \mathbf{z} &\in \mathbb{R}^N, & \mathbf{y} &= [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_N^T]^T, & \mathbf{y} &\in \mathbb{R}^{pN}, \end{aligned}$$

mit $n = 5$ und $p = 4$. Hierbei ist zu beachten, dass für eine kompaktere Schreibweise die Optimierungszeit k nunmehr als Index angegeben ist. Der Zusammenhang zwischen diesen Vektorsequenzen ist dabei für einen beliebigen Anfangszustand \mathbf{x}_0 gegeben durch

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z} \quad (12a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (12b)$$

wobei

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_0) \\ \left(\prod_{q=0}^1 \mathbf{A}_{1-q} \right) \\ \vdots \\ \left(\prod_{q=0}^{N-1} \mathbf{A}_{N-1-q} \right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1\mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \left(\prod_{q=1}^{N-1} \mathbf{A}_{N+0-q} \right) \mathbf{B}_0 & \dots & \mathbf{A}_{N-1}\mathbf{B}_{N-2} & \mathbf{B}_{N-1} \end{bmatrix},$$

und $\mathbf{C} = \text{diag}(\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_N)$. Da \mathbf{E} äquivalent zu \mathbf{B} bestimmt werden kann, wird auf dessen genaue Definition verzichtet. Gleichmaßen kann das Gütefunktional (11) als Summe über alle Zeitpunkte k kompakt für den gesamten Optimierungshorizont N dargestellt werden. Mit den Vektorsequenzen \mathbf{x} und \mathbf{u} ergibt sich dadurch das Gütefunktional

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) &= \mathbf{x}_N^T \mathbf{P} \mathbf{x}_N + \sum_{k=1}^{N-1} \mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k + \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{u}_k^T \mathbf{R}_k \mathbf{u}_k, \\ &= \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}, \end{aligned} \quad (13)$$

wobei gilt $\mathbf{R} = \text{diag}(\mathbf{R}_0, \dots, \mathbf{R}_{N-1})$ und $\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_N)$ ¹. Zur effizienten Bestimmung der Optimierungsvariablen wird nun das Optimierungsproblem in Abhängigkeit der

¹Da die Kosten für $\mathbf{x}_0^T \mathbf{Q}_0 \mathbf{x}_0$ nicht durch den Systemeingang \mathbf{u} beeinflusst werden können, ist dieser Term nicht im Kostenfunktional $J(\mathbf{x}_0, \mathbf{z}, \mathbf{u})$ enthalten.

zu optimierenden Eingangsvektorsequenz \mathbf{u} und der gegebenen Größen \mathbf{z} und \mathbf{x}_0 umformuliert. Dazu wird zum einen die Zustandsvektorsequenz \mathbf{x} in (13) durch (12a) ersetzt, sodass sich das Kostenfunktional zu

$$J(\mathbf{x}_0, \mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + 2 (\mathbf{x}_0^T \mathbf{F} + \mathbf{z}^T \mathbf{G}) \mathbf{u} + \mathbf{O} \quad (14)$$

mit $\mathbf{H} = \mathbf{B}^T \mathbf{Q} \mathbf{B} + \mathbf{R}$, $\mathbf{F} = \mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{B}$, $\mathbf{G} = \mathbf{E}^T \mathbf{Q} \mathbf{B}$ ergibt, wobei \mathbf{O} einen konstanten, von \mathbf{u} unabhängigen Kostenterm darstellt. Zum anderen kann zur Berücksichtigung der Nebenbedingungen mit Hilfe derselben Substitution der Systemausgang umformuliert werden zu

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}[\mathbf{A}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z}]. \quad (15)$$

Dadurch lassen sich die in Abschnitt 3 definierten Nebenbedingungen für den Systemausgang $\mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{y} \leq \mathbf{y}_{\max}$, mit

$$\mathbf{y}_{\max} = [\mathbf{y}_{1,\max}^T, \dots, \mathbf{y}_{N,\max}^T]^T, \quad \mathbf{y}_{\min} = [\mathbf{y}_{1,\min}^T, \dots, \mathbf{y}_{N,\min}^T]^T,$$

in Form von Beschränkungen für die zu optimierenden Stellgrößen u ausdrücken als

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} \\ -\mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix} \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\max} - \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}_0 \\ -\mathbf{y}_{\min} + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}_0 \end{bmatrix}.$$

Zusammen mit dem Kostenfunktional (14) ergibt sich somit eine kompakte Formulierung eines linear-quadratischen Optimierungsproblems, welches aufgrund seiner Eigenschaften besonders effizient gelöst werden kann.

6 Validierung im Realversuch

6.1 Implementierung und Testumgebung

Der Algorithmus wurde zur Validierung in prototypisch veränderten Versuchsfahrzeugen der BMW 5er Reihe und einem BMW i3 für verschiedene Realmanöver getestet. Zur Umfelderkennung wurden diese Fahrzeuge mit Laserscannern ausgerüstet. Außerdem wurde die Software für verschiedene Steuergeräte angepasst, sodass externe Stellgrößen für Gas, Bremse und Lenkung umgesetzt werden konnten. Zur Eigenlokalisierung wurde auf die Verwendung von externen Signalen wie GPS verzichtet, sodass ausschließlich Messgrößen der Fahrzugsensorik zum Einsatz kamen. Alle Berechnungen wurden auf einer dSpace Autobox DS1005 mit begrenzter Rechenleistung bei einer Zykluszeit von maximal 20ms ausgeführt. Dabei wurde ein Optimierungshorizont von 4.0s gewählt, sodass sich bei der Wahl von $N = 20$ eine Optimierungsschrittweite von 200ms ergibt.

6.2 Ergebnisse

Zunächst wird eine automatisierte Parkanwendung präsentiert, welche sich durch stark gekrümmte Referenzkurven und der Kollisionsvermeidung mit statischen Objekten auszeichnet. Wie für drei aufeinanderfolgende Zeitpunkte in Abb. 2 dargestellt, verlässt das Fahrzeug langsam, bei Geschwindigkeiten von 1m/s, seine Parklücke. Bei der Fahrt entlang der grau gepunkteten Referenzkurve, welche nur als grobe Orientierung dient, ist das

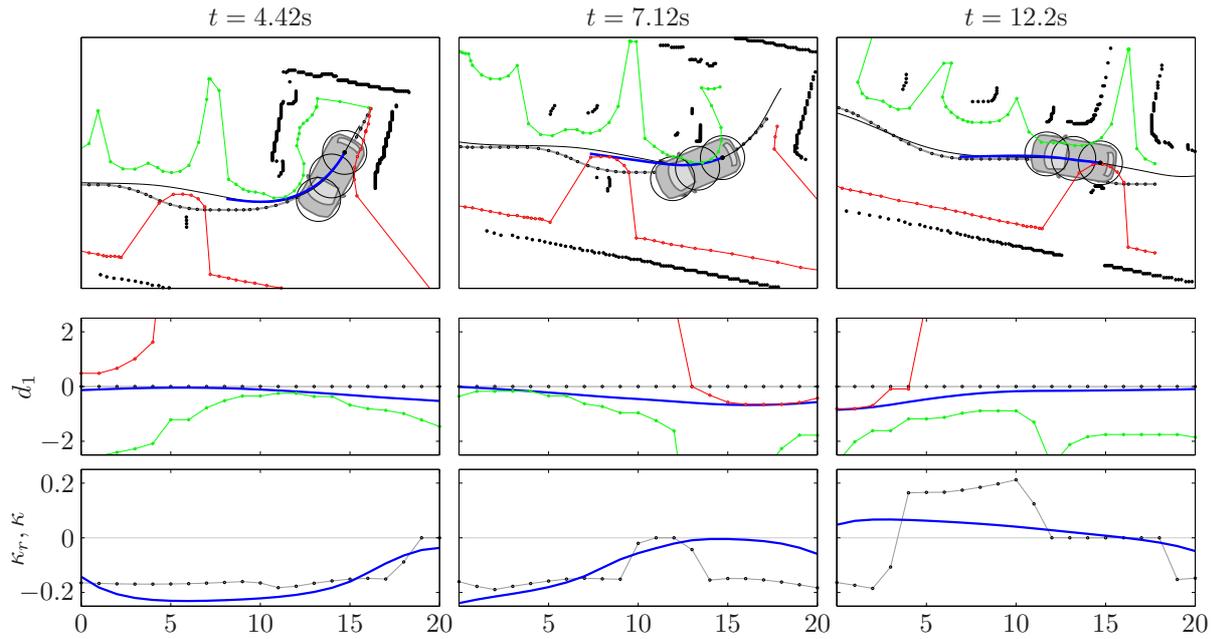


Abbildung 2: Draufsicht auf das sich bewegende Fahrzeug während eines engen Ausparkmanövers zu drei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten mit entsprechenden Ergebnissen für den lateralen Abstand d_r und die Krümmung κ . Die optimierte Trajektorie ist in blau dargestellt.

Fahrzeug durch das mit schwarzen Punkten und roter Umrandung dargestellte Hindernis gezwungen nach rechts auszuweichen. Bereits zum ersten dargestellten Zeitpunkt plant der Algorithmus um das Hindernis herum (dicke blaue Linie), um eine Kollision mit der Fahrzeugfront zu vermeiden. Dabei nutzt der Algorithmus (wie den Verläufen für den lateralen Abstand d_r und der optimierten Krümmung κ in Abb. 2 zu entnehmen ist) den maximalen Freiraum zu beiden Seiten (rot und grün gepunktete Linie) der Referenzkurve nicht nur zur erfolgreichen Kollisionsvermeidung, sondern auch, um dem un stetigen Krümmungsverlauf der Referenz so komfortabel wie möglich folgen zu können.

Zusätzlich werden in Abb. 3 Ergebnisse bei einer Geschwindigkeit von 20m/s zur Kollisionsvermeidung mit dynamischen Objekten in Kurven präsentiert. Dabei plant der Algorithmus, basierend auf der prädizierten Bewegung der Objekte, konsistent ein kollisionsvermeidendes Manöver, dargestellt für drei aufeinanderfolgende Zeitpunkte. Die prädizierten Objektpositionen sind durch graue Rechtecke gekennzeichnet, wobei die aktuelle Position des Objekts durch einen zusätzlichen roten Rahmen hervorgehoben ist, der gleichzeitig einen integrierten Sicherheitsabstand beinhaltet. Wie für den ersten Zeitpunkt durch die Nebenbedingungen für die lateralen Position d_2 und d_3 ersichtlich, wird das Fahrzeug durch das dynamische Objekt zu einem Ausweichmanöver gezwungen. Während sich das Objekt annähert, wandern diese Nebenbedingungen für die darauffolgenden Zeitpunkte immer weiter in Richtung der aktuellen Fahrzeugposition. Der Verlauf der Krümmung κ zeigt, dass deren Beschränkungen ebenfalls aktiv sind, sodass nicht nur die bevorstehende Kollision erfolgreich vermieden wird (siehe letzte dargestellte Draufsicht), sondern gleichzeitig ein fahrphysikalisch sicheres Manöver garantiert ist.

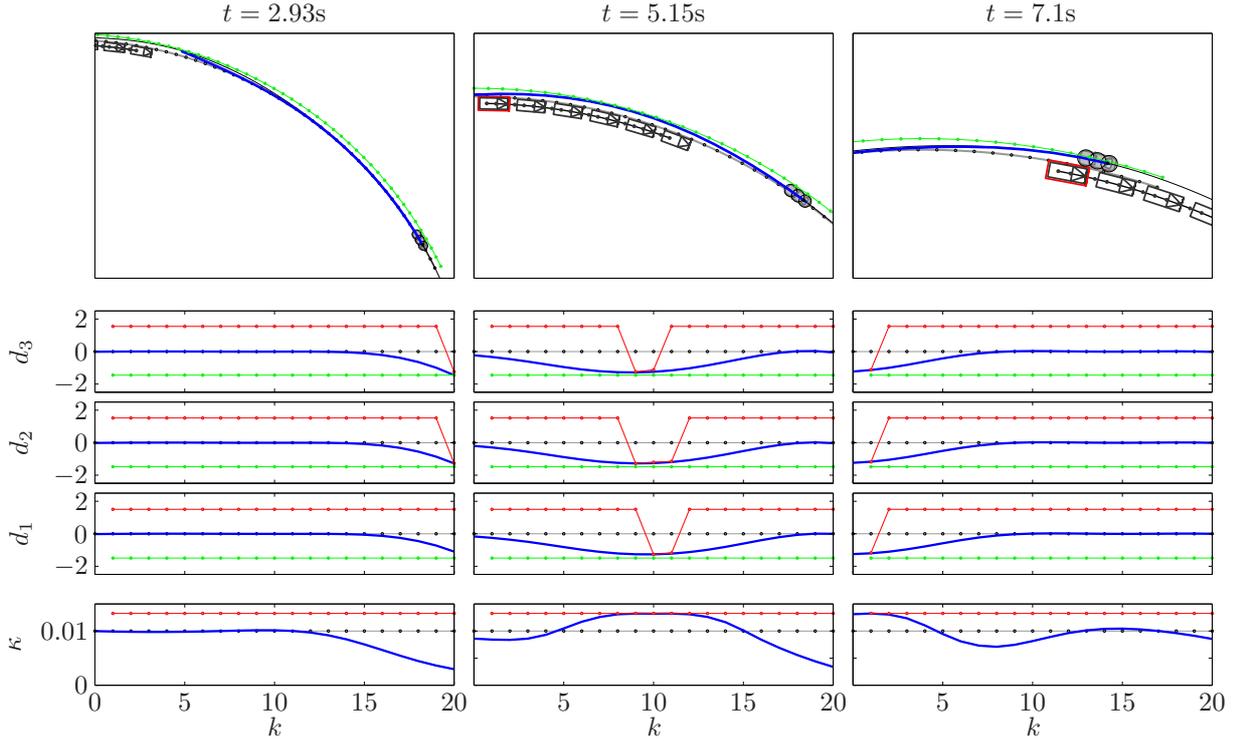


Abbildung 3: Draufsicht auf das sich bewegende Fahrzeug während eines Ausweichvorgangs mit einem dynamischen Objekt zu drei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten mit entsprechenden Ergebnissen für die lateralen Abstände d_i , $i = 1, 2, 3$ und die Krümmung κ . Die optimierte Trajektorie ist in blau dargestellt.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Planung einer komfortablen und sicheren Fahrzeugbewegung in Echtzeit, wird in dieser Arbeit ein effizienter Algorithmus zur Trajektorienoptimierung entlang einer gegebenen Referenz vorgestellt. Aufgrund der Formulierung eines beschränkten, linear-quadratischen Optimierungsproblems ergeben sich für den Algorithmus bestimmte Vorteile, die dessen Einsatz für unterschiedliche assistierte oder automatisierte Fahrfunktionen motivieren. Erstens: Für den Fall, dass eine Lösung des Optimierungsproblems existiert, konvergiert diese garantiert und kann mit wenig Rechenleistung in Millisekunden bestimmt werden. Zweitens: Da die Lösung im kontinuierlichen Zustandsraum liegt, wird trotz Sensorrauschen und Störungen eine möglichst konsistente Neuplanung der optimalen Lösung sichergestellt. Drittens: Eine große Anzahl an Nebenbedingungen kann einfach und ohne großen Rechenaufwand berücksichtigt werden. Wie für unterschiedliche Anwendung vorgestellt, ermöglicht dies nicht nur die Einhaltung fahrphysikalischer oder aktuatorischer Beschränkungen, sondern auch die Vermeidung von Kollisionen mit statischen und dynamischen Objekten. Weiterhin ist es möglich, Referenzkurven mit großen und un stetigen Krümmungen souverän und komfortabel zu folgen, wodurch ein besonders natürliches Fahrverhalten erzeugt wird. Die nächsten Schritte beinhalten die Umsetzung einer kombinierten Längs- und Querplanung durch das Lösen des Optimierungsproblems für unterschiedliche Geschwindigkeitshypothesen.

Literatur

- [1] S.J. Anderson, S.C. Peters, T.E. Pilutti, and K. Iagnemma. An optimal-control-based framework for trajectory planning, threat assessment, and semi-autonomous control of passenger vehicles in hazard avoidance scenarios. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 8(2):190–216, 2010.
- [2] F. Borrelli, A. Bemporad, and M. Morari. *Predictive control for linear and hybrid systems*. 2014. In preparation.
- [3] L. Fletcher, S. Teller, E. Olson, D. Moore, Y. Kuwata, J. How, J. Leonard, I. Miller, M. Campbell, D. Huttenlocher, et al. The MIT-Cornell collision and why it happened. *Journal of Field Robotics*, 25(10):775–807, 2008.
- [4] Y. Koren and J. Borenstein. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation. In *Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*, pages 1398–1404. IEEE, 1991.
- [5] Mohsen Ahmadi Mousavi, Zainabohoda Heshmati, and Behzad Moshiri. Ltv-mpc based path planning of an autonomous vehicle via convex optimization. In *Electrical Engineering (ICEE), 2013 21st Iranian Conference on*, pages 1–7. IEEE, 2013.
- [6] J.B. Rawlings. Tutorial overview of model predictive control. *Control Systems, IEEE*, 20(3):38–52, 2000.
- [7] Georg Tanzmeister, Martin Friedl, Dirk Wollherr, and Martin Buss. Path planning on grid maps with unknown goal poses. In *Conference on Intelligent Transportation Systems*, 2013.
- [8] M. Werling, S. Kammel, J. Ziegler, and L. Gröll. Optimal trajectories for time-critical street scenarios using discretized terminal manifolds. *The International Journal of Robotics Research*, 31(3):346–359, 2012.
- [9] J. Ziegler and C. Stiller. Fast collision checking for intelligent vehicle motion planning. In *Intelligent Vehicles Symposium*, pages 518–522. IEEE, 2010.
- [10] Julius Ziegler, Philipp Bender, Thao Dang, and Christoph Stiller. Trajectory planning for bertha - a local, continuous method. In *Intelligent Vehicles Symposium Proceedings, 2014 IEEE*, pages 450–457. IEEE, 2014.